

Cubo Mágico

Uma Solução Computacional

Adriano Antonio Luciano de Lima

Engenheiro de Computação Formado pela

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

CREA: 5061459022 – SP

Advertência: Este documento e o programa podem ser copiados e distribuídos livremente, não devem ser vendidos. O documento e o programa estão disponíveis em:

<http://adrianoall.50webs.com>

E-mail:

adriano.antonio.lima@bol.com.br

Versão do Documento: 2.0
Fevereiro de 2025

O cubo mágico também é conhecido como o cubo de Rubik que foi a pessoa que inventou o cubo na década de 1970. Nos anos 1980 o cubo mágico foi febre no Brasil e era fácil encontra-lo para comprar. Depois o cubo sumiu por um tempo e no final dos anos 1990 graças às lojas do tipo 1,99 ele voltou novamente e faz muito sucesso até hoje.

O cubo mágico é um quebra cabeça tridimensional e um brinquedo indicado para todas as idades ele é muito bom para treinar a coordenação motora das mãos e exercitar a memória e o cérebro.

No começo dos anos 2000 você achava o cubo mágico em vários padrões de cores não existia um padrão de cor que dominava. Também não existia tutorial bem explicado de como se resolver o cubo só existiam descrições genéricas e difíceis de entender.

Quando eu estava na faculdade eu brincava com o cubo e conseguia resolver algumas vezes mas eu sempre ficava travado na camada de cima no último passo. Eu não conhecia os movimentos trocadores de canto e viradores de canto.

Então eu peguei um cubo de 1,99 que tinha o padrão de cor que era o único que existia na época e comecei a partir do cubo montado e fazer a cruz na camada de cima eu usei os movimentos mais simples e mais complexos que são intuitivos e fui anotando o resultado da cruz. Os movimentos que eu usei na versão 1.0 do sistema fui eu que inventei alguns são simples e outros são complexos, alguns já existiam e eu nem sabia. Eu fui anotando os resultados no caderno e verificando que cada movimento produzia um resultado diferente. Depois eu executava os movimentos que eu anotei de maneira inversa e na ordem inversa e voltava o cubo para a posição inicial que era o cubo montado.

Eu percebi a lógica matemática no cubo mágico e os movimentos que ele realizava e como trocavam as peças de lugar. Eu percebi também que iriam existir casos que você nunca iria atingir usando apenas movimentos do cubo. Feito isso eu percebi que dava para programar o computador para resolver o cubo mágico. Então em Outubro de 2003 eu fiz a primeira versão deste sistema usando os movimentos que eu descobri sozinho que partia do cubo montado e formava a cruz e depois usando o movimento inverso e na ordem inversa voltava para o cubo montado.

Todo este desenvolvimento da versão 1.0 está descrito no outro texto que está junto com este documento eu sugiro que você leia o texto antes de seguir lendo este texto já que este texto é a versão 2 do documento.

A versão 1.0 foi terminada em Outubro de 2003, porém eu só a tornei pública na Internet em 2007 depois que meus amigos me sugeriram fazer isso eu pensava que pouca gente iria se interessar pelo cubo mágico.

Depois que eu publiquei o meu sistema na Web muitas pessoas entraram em contato comigo querendo aprender a técnica da Engenharia Reversa que eu usei para descobrir todos os casos do cubo mágico. Várias pessoas fizeram sistemas semelhantes usando outras linguagens de programação. Isso me deixa muito feliz em ver que a ideia foi transmitida e aprendida por outras pessoas e que foi utilizada em outros sistemas que não tem nada haver com o cubo mágico. Isso me fez dar a minha contribuição para o progresso da ciência!

Depois do ano de 2003 a Internet mudou muito e surgiram vários documentos explicando melhor como resolver o cubo mágico na mão sem usar o computador. Eu aprendi todas as técnicas e hoje eu resolvo o cubo mágico sem usar o programa.

Eu pensei em desenvolver uma nova versão do sistema que fosse totalmente diferente da primeira versão, porém devido ao tamanho do sistema e a complexidade isso iria tomar muito tempo e muito esforço para desenvolver algo que será distribuído de graça pela Internet. Além disso, hoje existem sistemas semelhantes que resolvem o cubo mágico então um sistema que resolve o cubo mágico não é mais novidade como era em 2003.

Quando eu fiz o sistema em 2003 eu fiz uma boa documentação e deixei o código bem estruturado e bem explicado então ficou fácil entender o que tinha sido feito e como foi feito e então eu consegui expandir um sistema 22 anos depois! Eu não tinha mexido nele neste período precisei ver o código fonte e estudar os pontos chaves para poder expandi-lo. Eu aprendi na faculdade que toda vez que você vai programar deve documentar pontos chaves do código e a razão de ter sido programado desta maneira. Infelizmente hoje isso não é uma prática comum que você vê em sistemas comerciais que estão em pleno uso e por isso é difícil de expandir e dar manutenção!

Depois de 22 anos eu vi na prática que documentar o código realmente é importante eu usei a mesma linguagem e só mudei para um compilador mais novo. Eu acho que isso serve de aviso para todos os programadores deixem seu código bem documentado nos pontos chave do código para poder dar manutenção depois!

O Sistema foi feito em Delphi porque em 2003 era a melhor linguagem para construir sistemas deste tipo que usa muito a interface gráfica. Hoje existem várias linguagens que tem interface gráfica fácil de usar. Então nas horas vagas eu fui estudando o código e implementando a versão 2.0 do sistema.

Existem basicamente dois métodos de resolução do cubo mágico, o Método da Cruz e o Método das Camadas. Os dois métodos são praticamente iguais até chegar na última camada que é a face de cima do cubo.

O Método da Cruz é mais fácil de aprender e de resolver e é até intuitivo aprende-lo. O Método das Camadas é mais difícil de aprender e é mais avançado e precisa de muita dedicação para aprendê-lo. Para pessoas que treinam resolver o cubo mágico no menor tempo possível e participam de campeonatos elas vão ter que aprender os dois métodos e usar o que for conveniente em cada caso quando cair na última camada que é a mais difícil de resolver.

Hoje existem cubos em vários padrões de cores os mais baratos e mais fáceis de serem encontrado e que são vendidos em Supermercado geralmente tem o padrão de cor Verde (em Cima) – Amarelo (Frente) – Laranja (Direita) – Branco (Atrás) – Vermelho (Esquerda) – Azul (Fundo).

Os cubos mais caros e mais sofisticados seguem o padrão da WCA e são considerados oficiais e tem as mesmas seis cores do outro, porém o Laranja e o Vermelho estão em lados opostos, Laranja (Esquerdo) e Vermelho (Direita).

Existem outros padrões de cores também mas isso não é importante já que a técnica de solução funciona para qualquer padrão de cor.

O sistema foi feito em 2003 e nesta época só existia aqui no Brasil o cubo no padrão de cor Verde (em Cima) – Amarelo (Frente) – Laranja (Direita) então o programa utiliza este padrão de cor. Toda informação que

você encontrava na Internet estava neste padrão de cor. Para o programa a letra V indica Verde e está na face de cima, e o L indica Laranja e está na face de direita e o Ve indica Vermelho e está na face da esquerda. Não tem jeito de mudar isso dentro do sistema teria que fazer outro sistema do zero o que iria tomar muito tempo.

Para pessoas que já tem experiência com o cubo mágico isso não faz a menor diferença, porém se você quiser que o programa trabalhe com o padrão de cor da WCA você deve trocar o nome dos arquivos laranja.bmp para vermelho.bmp e vice-versa. Ou seja, o arquivo bmp que é usado para colorir o cubo ficará com o nome trocado. Porém quando você estiver resolvendo o cubo seguindo os passos do programa quando o programa indicar +L você deve mexer a face Vermelha e não a Laranja e quando indicar +Ve você deve mexer o Laranja e não o Vermelho é só prestar atenção que você consegue usar o programa com as cores trocadas.

O sistema foi codificado com a cor presa na face original quando o cubo está montado. Você consegue ver isso pela peça fixa de cada face que é a cor daquela face. Não tem jeito de mudar isso sem começar o sistema do zero.

Existe outra maneira de resolver este problema se o seu cubo tem o padrão de cor da WCA, você deve fazer uma correspondência de cor você sabe que o Vermelho é trocado com o Laranja então onde for Vermelho você coloca Laranja e vice versa assim o sistema não tem como distinguir isso. Eu já testei os dois casos e funciona já que eu tenho os dois tipos de cubo!

O sistema começa a resolver pela face Azul e termina pela face Verde. Não tem jeito de mudar isso sem começar o sistema do zero. Em 2003 todos os documentos na Internet usavam este padrão por isso foi implementado assim. Depois surgiram documentos que começam a resolver pela face Branca e termina na face Amarela é só uma questão de gosto não muda nada a solução. Se você quiser que o sistema trabalhe em outro padrão de cor vai ter que mudar o nome dos arquivos, eu testei isso também para deixar a face amarela na face de cima e funciona só vai ter que ver qual Letra está representando aquela cor já que a Letra não tem jeito de mudar.

Em relação ao Método da Cruz para resolver o cubo mágico eu sugiro você aprende-lo primeiro antes de aprender o Método das Camadas. Se você já sabe o Método das Camadas eu sugiro você aprender o Método da Cruz também para melhorar seu tempo já que você pode cair num caso que resolve só com movimento trocadores de canto ou virador de canto. Além disso, os movimentos do Método da Cruz são mais simples e é difícil errar quando está resolvendo rápido!

O Método da Cruz é igual ao Método das Camadas até resolver a segunda camada. Quando chegar na última camada (face de cima) que para o sistema é a face Verde você precisa primeiro virar as quatro peças de Aresta (também é chamada peça de Meio) o que é fácil de fazer e dá para fazer só usando a intuição e movimentos básicos do cubo. Depois é só fazer a Cruz com as peças de Aresta o que também é fácil de fazer e muito intuitivo. Não se preocupe com as peças de canto ainda já que elas são o passo 6 que o sistema resolve para você e que é a parte mais difícil. Depois que você formou a Cruz existe movimentos especiais que trocam as peças de canto de lugar ou giram as peças de canto sem modificar a cruz. Estes movimentos são os trocadores de canto e os viradores de canto. No Método das Camadas eles são conhecidos como OLL e PLL. Para o Método da Cruz apenas algumas OLL ou PLL são necessárias já que não pode mexer na cruz.

Para quem é iniciante no cubo mágico eu recomendo aprender o Método da Cruz primeiro já que você só precisa saber dois algoritmos para resolver qualquer um dos 323 casos possíveis deste método. São eles: o trocador de canto que vira três peças esta é a primeira solução da versão 2 do Método da Cruz. Posição do cubo V-Am-L (Verde em Cima, Amarelo Frente, Laranja Direita)

+Ve +V +L -V -Ve +V -L -V

Esta sequência de movimentos troca três peças de canto girando as peças e não modifica as peças de aresta. Se executar na ordem inversa e com o movimento inverso conserta o que você fez.

+V +L -V +Ve +V -L -V -Ve

Apesar de ser uma sequência simples de movimentos ela é bem poderosa e também é uma OLL do Método das Camadas usando Fridrich.

No Método das Camadas este algoritmo é usado para virar as peças de canto já que geralmente a cruz não está pronta. No Método da Cruz a Cruz já está pronta então ele é usado como um trocador de canto que vai virar três peças de canto e troca-las de lugar. Em alguns casos este movimento já monta o cubo é por isso que a pessoa que usa o Método das Camadas deve aprender o Método da Cruz também porque se a Cruz já estiver pronta um dos trocadores de canto vai montar o cubo com um movimento só! Eu não conhecia este movimento em 2003 por isso eu tive que fazer a mesma coisa usando mais movimentos que eu inventei. Aprendi este movimento muito tempo depois do sistema já estar pronto.

O segundo movimento que você deve aprender é o virador de canto que é bem mais simples mas tem que ser executado três vezes para virar duas ou três peças de canto sem modificar a cruz. Esta é a solução 54 da Versão 2 do Método da Cruz. (Posição do cubo V-Am-L)

-V -L +Az +L -Az -L +Az +L -Az +V -L +Az +L -Az -L +Az +L -Az +V -L +Az +L -Az -L +Az +L -Az -V

O movimento virador de canto é

-L +Az +L -Az -L +Az +L -Az

Este movimento gira o canto, o -V e o +V é só para pegar outra peça de canto e repetir o movimento, ele é executado três vezes. Este movimento também é uma OLL do Método das Camadas. Com estes dois movimentos você consegue resolver todos os 323 possíveis casos do Método da Cruz. Em alguns casos você vai ter mais trabalho e vai ter que aplicar o movimento trocador de canto mais de uma vez. Por isso existem outros movimentos trocadores de canto para poder resolver mais rápido. Com o tempo você aprende todos eles e vai resolver de maneira mais rápida e intuitiva.

Esta é a versão 2 do documento para entender de onde vem o número 323 soluções possíveis veja o outro documento da versão 1. Vou explicar de maneira mais simples aqui. A fórmula de soluções possíveis do cubo mágico só usando movimentos do cubo é:

$$3^7 \times 8! \times 2^{11} \times 12! \times \frac{1}{2} = 4,32 \times 10^{19} = 43.252.003.274.489.856.000$$

Depois de resolver a primeira camada e a segunda camada no Método da Cruz quatro peças de canto estão no local correto e oito peças de Aresta estão no local correto então para a última camada antes de formar a cruz a fórmula fica:

$$3^3 \times 4! \times 2^3 \times 4! \times \frac{1}{2} = 62.208$$

Depois que formou a Cruz quatro peças de Aresta está no local correto só sobraram as peças de canto para arrumar a fórmula fica:

$$3^3 \times 4! \times \frac{1}{2} = 324$$

Existem 324 casos onde as quatro peças de canto podem estar, a solução 324 é o cubo montado então interessa para nós 323 soluções possíveis. Todas as 323 soluções possíveis foram encontradas e estão codificadas no sistema. Em todos os casos você consegue resolver usando apenas o trocador de canto e o virador de canto que eu demonstrei anteriormente.

Também tem as combinações de montagem do cubo, depois que formou a Cruz se você tirar as quatro peças de canto na mão de quantas maneiras você consegue montar o cubo sem mexer na cruz e só usando as peças de canto da camada de cima? A resposta é:

$$3^4 \times 4! = 1.944$$

Existem 1.944 combinações de montagem das peças de canto na última camada, apenas 324 são possíveis de acontecer usando apenas os movimentos do cubo. As outras $1944 - 324 = 1.620$ combinações são impossíveis de acontecer usando movimentos do cubo e não é possível montar o cubo em nenhum dos 1.620 casos. Você só vai cair num caso deste se o cubo desmontou uma peça e você montou errado ou se o cubo foi montado errado de propósito para ninguém conseguir monta-lo. Neste caso se a pessoa fez isso como aposta agiu de má fé já que não é possível montar o cubo. O meu sistema encontrou todas as 1.944 possíveis combinações e as 1.620 combinações impossíveis de resolver. Então eu consigo provar que eu resolvo o cubo em qualquer situação e também demonstro quando não é possível resolver o cubo!

No passado era comum alguém colocar apenas uma peça errada no cubo e dar para outra pessoa montar e ela nunca conseguia montar o cubo já que não é possível montar nenhum caso dos 1.620 impossíveis de montar. Se o seu cubo estiver num destes casos você deve desmontar o cubo e monta-lo corretamente. Use uma chave de fenda para isso que é mais fácil, a peça fixa do cubo tem um parafuso onde você pode desmontar o cubo.

Se você quiser estudar algum caso impossível e ver porque é impossível de resolver você pode fazer isso de duas maneiras: A primeira e mais fácil é desmontar a face de cima do cubo e colocar as peças de canto de acordo com a solução impossível. Depois é só tentar resolver usando os movimentos do cubo. Na maioria das vezes tem que trocar duas peças de canto o que não é possível já que os movimentos trocadores de canto sempre trocam três ou quatro peças de canto de lugar. Outro caso muito comum é quando você vai tentar virar a peça usando o movimento virador de canto quando terminar o movimento uma peça não vai ficar virada, este é o caso mais comum. A segunda maneira de estudar um caso impossível é colocar a solução impossível no sistema e tentar resolver usando o método manual, o sistema não consegue resolver um caso impossível ele vai tentar resolver mas não consegue. Para fazer isso você deve começar a resolver o cubo pelo primeiro passo (Menu Solução – Resolver pelo passo 1) e preencher todas as peças e depois mexer no cubo de maneira manual ou automática. Na automática não vai conseguir resolver e nem na manual!

Para ver as soluções impossíveis do Método da Cruz vá em Menu Verificar – Mostrar os Casos Impossíveis. Depois clique em soluções ou no botão Up-Down para ver cada caso, nenhum deles pode ser resolvido usando os movimentos do cubo! Se quiser ver direto no arquivo veja o arquivo Solucao_Impossivel_Cruz.txt

Para ver todas as combinações de Montagem do Método da Cruz vá em Menu Verificar – Carregar as Combinações de Montagem, depois é só ir verificando uma combinação de cada vez, algumas tem solução outras não. Se quiser ver direto no arquivo veja o arquivo Montagem_Cruz.txt

Para ver todas as soluções possíveis do Método da Cruz vá em Menu Verificar – Mostrar as soluções no Cubo, depois é só ver uma solução de cada vez.

Se quiser ver no arquivo veja o arquivo Cubomagico_Cruz_Versao_1.txt ou Cubomagico_Cruz_Versao_2.txt

Para o Método da Cruz as combinações possíveis de resolver, as combinações de montagem e as combinações impossíveis nunca mudam independente dos movimentos que você utilizar. Nem tinha como ser diferente já que cada solução das 323 possíveis pode ser resolvida de várias maneiras diferentes! Ou seja, você pode trocar os movimentos ou inventar novos movimentos que sempre vai encontrar as mesmas 323 soluções e nem tinha como ser diferente.

O sistema está na Versão 2.0 que foi expandida, na Versão 1.0 está programado o Método da Cruz Versão 1.0 que eu fiz em 2003. Os movimentos da Versão 1.0 fui eu que inventei e não são otimizados mas funcionam e resolvem o cubo. Na Versão 2.0 eu implementei o Método da Cruz Versão 2 usando movimentos otimizados e OLL e PLL que já são conhecidos. Também implementei o Método das Camadas de duas maneiras diferentes.

Quando você rodar o sistema a primeira coisa que você deve fazer é escolher o método de solução (Cruz ou Camadas), vá em Menu Solução e escolha o Método. Por padrão usa o Método da Cruz Versão 2 se quiser escolher outro fique a vontade. Depois você deve escolher se vai resolver pelo passo 1 ou pelo passo 6 (último passo) vá em Menu Solução e escolha um, por padrão começa no passo 6 (último passo).

Se escolher o passo 6 você já deve ter o cubo montado com a primeira camada e a segunda camada e com a cruz pronta, é fácil fazer isso e a maioria das pessoas consegue fazer isso de maneira intuitiva. Depois preencha as peças de canto arrastando a cor para cada pecinha que representa o cubo planejado e depois clique em testar. Se for uma solução possível de resolver ele vai abrir outra janela onde o cubo está planejado e é possível ver todas as faces. Nesta janela você pode montar o cubo de maneira manual usando os movimentos do cubo (Menu Manual) ou de maneira automática (Menu Automático) ou ir resolvendo passo a passo (Botão Passo). Vá seguindo o movimento que aparece embaixo do botão passo que você monta o cubo. Depois que montar o cubo você pode voltar a situação original, o sistema vai demonstrar como se chega nesta solução usando os movimentos diretos, Menu Opções – Voltar.

Se escolher resolver pelo passo 1 o cubo vai estar totalmente bagunçado e você deve arrastar cada peça do cubo para a pecinha correspondente e depois clique em Resolver. Se você preencheu tudo correto o sistema vai começar a resolver o cubo partindo do primeiro passo. Se tiver uma peça errada ela vai ficar piscando e você deve arrastar a cor para a peça que está piscando. Aqui também é possível resolver de maneira manual ou automática e também passo a passo. Vá seguindo as instruções que você monta o cubo. O sistema sempre resolve a partir do passo 1 de uma maneira só e usando o Método da Cruz Versão 2 não tem jeito de programar o Método das Camadas partindo do passo 1 sem fazer outro sistema partindo do zero o que iria dar muito trabalho e tomar muito tempo. Na Versão 1.0 ele resolvia usando o Método da Cruz Versão 1 que eu inventei em 2003, na Versão 2 eu coloquei a Versão 2 porque ela é mais fácil de aprender e mais eficiente e mais rápida para resolver.

Se caso acontecer algum problema no sistema ou você não conseguir resolver o seu cubo por alguma razão mande os dois arquivos de Log para mim:

Log_Passol.txt

Log_Passo6.txt

Cada método de solução que o sistema utiliza está gravado num arquivo não modifique os arquivos senão o sistema não funciona. Se quiser estudar o método faça uma cópia do arquivo e estude na cópia.

O Método da Cruz Versão 1 foi implementado em 2003 fui eu que inventei os movimentos eles não são eficientes mas funcionam e resolve o cubo. O arquivo Resolver_Cruz_Versao_1.txt contém todas as 323 soluções possíveis e o movimento direto e o movimento inverso. Se executar o movimento direto partindo do cubo montado chega na cruz, se executar o movimento inverso partindo da cruz monta o cubo. Da solução 1 até a solução 88 eu descobri na mão mexendo no cubo e anotando num caderno então eu botei um algoritmo usando a Técnica de Engenharia Reversa e programei o computador para encontrar as outras soluções, da solução 89 até a solução 323 foi o computador que encontrou a solução combinando os movimentos. Não tem solução repetida cada solução é única. Existem várias maneiras de resolver cada solução possível a Técnica de Engenharia reversa encontrou uma maneira de resolver existem várias

outras que podem ser mais eficientes e mais rápidas ou usar menos movimentos, ou também ser pior do que a que foi encontrada!

Na Versão 2.0 do sistema eu implementei o Método da Cruz Versão 2 usando movimentos mais eficientes e amplamente conhecidos como OLL ou PLL e outros movimentos trocadores de canto e virador de canto. O movimento trocador de canto só modifica os cantos não mexe na cruz. Se você conhecer algum movimento trocador de canto que seja diferente dos que eu já implementei aqui entre em contato pode ser que eu coloque ele numa versão 3 do sistema! Usei a mesma técnica de Engenharia Reversa que eu usei em 2003 e encontrou as mesmas 323 soluções possíveis encontradas na Versão 1 e nem tinha como ser diferente você pode usar qualquer tipo de movimento e qualquer combinação que sempre vai chegar nas 323 soluções possíveis. Algumas soluções são possíveis de resolver só com um movimento outras precisam de dois movimentos para resolver seja trocador de canto ou virador de canto. O arquivo que contem todas as 323 soluções possíveis para a versão 2 é Resolver_Cruz_Versao_2.txt, da solução 1 até a solução 73 você consegue resolver com apenas um movimento, da solução 74 até a solução 323 precisa de dois movimentos, geralmente um trocador de canto e um virador de canto. Os movimentos trocadores de canto trocam três ou quatro cantos não tem jeito de trocar apenas dois cantos.

Eu também sei resolver o Dodecaedro (Megaminx) e existe um movimento trocador de canto que é usado no Dodecaedro que eu adaptei para o cubo 3x3x3 e chamei de PLL X, esta é a minha contribuição para o Método de Fridrich! A PLL X serve para o Método das Camadas também já que não inverte as peças de canto e nem mexe na cruz. A PLL X troca quatro cantos em X sem inverter as peças, o movimento é a solução 53:

$-L +Az +L +V^2 -L -Az +L +V^2 -L +Az +L +V -L -Az +L +V^2 -L +Az +L +V^2 -L -Az +L -V$

Execute este movimento que você verá que ele é muito parecido com o movimento virador de canto e pode ser adaptado para trocar três peças de canto também igual você faz na PLL A. Este movimento pode ser considerado um movimento trocador de canto genérico já que o +V ou -V serve para escolher a peça que você vai trocar então você pode escolher qualquer uma. Se você reparar verá que o movimento de tirar uma peça do

lugar e colocar outra está sendo executado quatro vezes para trocar as quatro peças de canto.

Na Versão 2.0 eu também implementei os movimentos de Eixo que não tinham na Versão 1. Os movimentos de Eixo são utilizados apenas no Método das Camadas para poder implementar as PLL. Se você estiver resolvendo o cubo a partir do passo 1 você pode resolver de maneira manual usando o sistema e executar os movimentos que você quiser inclusive os movimentos de eixo.

Devido ao Método da Cruz só modificar as peças de canto e ter uma cruz como referência é possível fazer algumas estatísticas com as 323 soluções possíveis. Por exemplo:

Padrão de Cor na Face de Cima - Peças de Canto que já estão Viradas

Índice = Peças Viradas # Peças Invertidas = Quantidade = Porcentagem

4 = 4 # 0 = 11 = 3,405573 %

3 = 3 # 1 = 0 = 0,000000 %

2 = 2 # 2 = 144 = 44,582043 %

1 = 1 # 3 = 96 = 29,721362 %

0 = 0 # 4 = 72 = 22,291022 %

Soma Total = 323 = 100,000000 %

O padrão 4 # 0 significa que existem quatro peças de canto viradas corretamente, existem apenas 11 casos deste tipo no Método da Cruz e são os únicos casos que são comuns entre o Método das Camadas e o Método da Cruz. Eles são resolvidos com a PLL A, ou E ou X. Usando o Método das Camadas Versão 2 são as soluções possíveis:

9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 49, 50, 53

A solução 53 usa a PLL X se não fosse usar a PLL X teria que usar a PLL E duas vezes ou a PLL A duas vezes, o que demonstra que cada solução tem mais de uma maneira de resolver e uma solução é a solução ótima!

O Método das Camadas Versão 1 resolve estes mesmos casos usando outros movimentos mais complexos e maiores! Veja as soluções da Versão 1:

7 , 8 , 107 , 183 , 193 , 203 , 215 , 222 , 229 , 237 , 245

O que demonstra mais uma vez que cada solução tem mais de uma maneira de resolver.

A estatística demonstra também que não existe o caso 3 # 1, que são três peças viradas corretamente e apenas uma invertida então já dá para deduzir que se este caso acontecer é uma solução impossível e uma peça do cubo foi montada errada!

Outra estatística interessante é a seguinte:

Padrão de Posição das Peças de Canto - Não importa a cor da Face de Cima

Índice = Posição Correta # Posição Errada = Quantidade = Porcentagem

4 = 4 # 0 = 26 = 8,049536 %

3 = 3 # 1 = 0 = 0,000000 %

2 = 2 # 2 = 0 = 0,000000 %

1 = 1 # 3 = 216 = 66,873065 %

0 = 0 # 4 = 81 = 25,077399 %

Soma Total = 323 = 100,000000 %

O padrão 4 # 0 indica que as quatro peças estão na posição correta, porém invertidas, poucas soluções estão neste caso. O padrão 0 # 4 indica que as quatro peças estão em posição errada então vai ter que trocar os quatro cantos de lugar. O maior padrão é 1 # 3 o que significa que a maior parte vai ter que trocar três peças de canto uma já está no local (posição) correta.

Os dois padrões impossíveis são 3 # 1 que já é óbvio que não tem jeito de acontecer nem se montar as peças do cubo na mão já que se você colocou três peças no local correto a quarta peça necessariamente vai estar na posição correta. Os casos impossíveis caem no padrão 2 # 2 que é duas peças no local correto e duas peças no local errado, não tem jeito de trocar

duas peças de canto de lugar só dá para trocar 3 ou 4 peças! Se cair num caso deste já dá para saber que uma peça do cubo foi montada errada.

Usando a Versão 1 do Método da Cruz as soluções que estão no padrão 4#0 são:

33 , 34 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39 , 40 , 51 , 52 , 57 , 58 , 59 , 60 , 73 , 74 , 75 , 76 , 85 , 86 , 87 , 88 , 98 , 99 , 102 , 104

A última estatística interessante do Método da Cruz é:

Padrão de Peças de Canto Montada - Posição Correta e Cor Correta

Índice = Montada # Errada = Quantidade = Porcentagem

4 = 4 # 0 = 0 = 0,000000 %

3 = 3 # 1 = 0 = 0,000000 %

2 = 2 # 2 = 12 = 3,715170 %

1 = 1 # 3 = 80 = 24,767802 %

0 = 0 # 4 = 231 = 71,517028 %

Soma Total = 323 = 100,000000 %

O padrão 4 # 0 é o cubo montado só ele está neste caso já que indica quatro peças de canto no local correto e com a cor correta e por isso não precisa fazer nada no cubo ele já está montado.

O padrão 3 # 1 é um caso impossível já que três peças estão no local correto e com a cor correta a quarta peça vai estar no local correto também, porém invertida e isso só acontece se o cubo for montado errado!

O padrão 2 # 2 é um caso interessante duas peças estão no local correto e com a cor correta, as outras duas também tem que estar no local correto, porém a cor está invertida, na versão 1 este caso são as soluções:

33 , 34 , 35 , 36 , 85 , 86 , 87 , 88 , 98 , 99 , 102 , 104

Este caso não tinha como ser diferente já que não tem jeito de trocar apenas duas peças de canto!

O padrão 1 # 3 ocorre em todos os casos onde precisa apenas virar a peça de canto já que ela está no local correto, porém a peça está invertida e só precisa virar!

Na Versão 2.0 eu também implementei o Método das Camadas de duas maneiras diferentes. O Método das Camadas é mais avançado e mais difícil de aprender e tem mais movimentos para aprender. Você precisa treinar muito para aprender todos os movimentos e é mais fácil de errar o movimento no último passo e então você vai ter que arrumar novamente para voltar no último passo novamente. Para montar a primeira e a segunda camada o Método das Camadas é igual ao Método da Cruz. Quando chega na terceira camada que é a face de cima o Método das Camadas é diferente já que tem que virar as peças de aresta e as peças de canto sem se preocupar em formar cruz. Existem várias maneiras de virar todas as peças da face de cima mas geralmente é usado alguma OLL para fazer isso. Depois que virou todas as peças da face de cima tem vários movimentos para resolver e trocar as peças de canto e as peças de aresta de lugar. Estes movimentos são conhecidos como PLL e trocam as peças de lugar sem inverter as peças. No Método da Cruz não pode mexer na Cruz no Método das Camadas não pode inverter as peças da face de cima então os movimentos são especiais. Existem vários movimentos PLL e eles são divididos em três grupos:

- 1) Trocadores de Canto, só troca os cantos de lugar não inverte as peças.
- 2) Trocadores de Aresta, só troca as arestas de lugar não inverte as peças.
- 3) Trocador de Canto e de Aresta, troca peças de canto e de aresta e não inverte as peças.

Antes de começar a montar a face de cima na última camada a quantidade de combinações possíveis usando apenas movimentos do cubo é:

$$3^3 \times 4! \times 2^3 \times 4! \times \frac{1}{2} = 62.208$$

No Método das Camadas todas as peças tem que estar viradas corretamente com a cor da face de cima antes de aplicar as PLL então tem que tirar o componente da cor das peças de canto (3^3) e o componente da cor da peça de aresta (2^3) então a fórmula fica:

$$4! \times 4! \times \frac{1}{2} = 24 \times 24 \times \frac{1}{2} = 288$$

A solução 288 é o cubo montado então interessa as 287 soluções possíveis. Repare que no Método da Cruz as soluções possíveis eram 323. Então o Método das Camadas está bem perto do Método da Cruz com apenas 36 soluções possíveis a menos!

E se você desmontar as peças da camada de cima e fosse montar elas na mão quantas combinações você iria conseguir fazer deixando as peças viradas com a cor da face de cima? A peça de canto só encaixa na posição da peça de canto e a peça de aresta só encaixa na posição da peça de aresta. Então para a peça de canto temos 4! possibilidades já que existem 4 peças de canto que precisam ser colocadas em quatro locais diferentes. O mesmo vale para a peça de aresta que dá 4! Então as combinações possíveis de montagem são:

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

Existem 288 soluções possíveis que são atingidas com os movimentos do cubo então existem $576 - 288 = 288$ soluções impossíveis de serem atingidas usando apenas os movimentos do cubo. Por coincidência a quantidade de soluções impossíveis é igual à quantidade de soluções possíveis. Lembrando que no Método da Cruz a quantidade de soluções impossíveis era 1620. Você só vai cair numa solução impossível do Método das Camadas se você montar uma peça do cubo errada! Neste caso não tem jeito de resolver com as PLL e nem com o Método da Cruz. Se você pegar uma solução impossível do Método das Camadas e tentar resolver usando o Método da Cruz vai cair num caso impossível do Método da Cruz e não vai conseguir resolver também! Pode tentar com qualquer solução impossível que você vai ver!

Eu encontrei as 287 soluções possíveis do Método das Camadas o arquivo para a Versão 1 e 2 do método são:

Cubomagico_Camadas_V1.txt

Cubomagico_Camadas_V2.txt

Os dois arquivos contém soluções únicas não tem repetição, a ordem que foi encontrada a solução é que muda. As combinações dos dois arquivos são iguais só muda a ordem.

Os casos impossíveis de resolver do Método das Camadas estão no arquivo
Solucao_Impossivel_Camadas.txt

Nenhuma combinação neste arquivo tem jeito de resolver só usando os movimentos do cubo.

O arquivo mostrando todas as combinações de montagem do Método das Camadas é

Montagem_Camadas.txt

Algumas combinações tem solução outras não tem solução.

Todas as soluções possíveis do Método das Camadas podem ser resolvidas de várias maneiras diferentes as PLL só servem para resolver mais rápido e usando menos movimentos. Usando a PLL U e a PLL A é possível resolver todos os 287 casos do Método das Camadas só vai dar mais trabalho e vai ter que executar a PLL mais de uma vez.

Na primeira versão do Método das Camadas eu usei as PLL conhecidas e também a PLL X. Usei a mesma técnica da Engenharia Reversa usando os movimentos diretos e os movimentos inversos. A maioria das PLL reverte o movimento se for aplicada duas vezes então o movimento inverso e direto podem ser igual. Da solução 1 até a solução 74 usa apenas uma PLL para resolver, da solução 75 até a solução 275 precisou de dois movimentos para resolver. Da solução 276 até a solução 287 precisou de três movimentos para resolver. Depois que descobriu todas as 287 soluções eu fui verificar manualmente e reparei que o sistema executou movimentos complexos para chegar numa solução muito simples, por exemplo, a solução 284 executou três PLL complexas para chegar no mesmo resultado que se eu tivesse usado o movimento $-V$. Foi aqui que eu percebi que dava para otimizar ainda mais o Método das Camadas e resolvi fazer a versão 2 do Método. O arquivo contendo todas as 287 soluções do Método das Camadas versão 1 é Resolver_Camadas_V1.txt

A versão 2 do Método das Camadas além de eu usar todas as PLL da Versão 1 ainda acrescentei os movimentos da face de cima $+V$, $-V$ e $+V^2$.

Então para a versão 2 da solução 1 até a solução 77 utiliza apenas um movimento para resolver. Da solução 78 até a solução 287 utiliza dois movimentos para resolver uma PLL e um movimento de face. Por incrível que pareça cada PLL gera uma solução diferente depois que você executou e girou a face de cima em $+V$ ou $-V$ ou $+V^2$ isso facilita muito o aprendizado do Método das Camadas já que você só precisa ir treinando as PLL da solução 1 até a solução 74 as outras soluções são obtidas girando a face de cima usando um movimento da face de cima. Uma dica para você melhorar o seu tempo de resolução é quando chegar na última camada ao invés de você partir logo para uma PLL gire a face de cima para ver se não cai num caso mais simples! Isso demonstra que para cada solução tem mais de uma maneira de resolver e uma das soluções é a solução ótima. Eu não sabia que isso acontecia no Método das Camadas eu costumava aplicar duas PLL para consertar o cubo depois é que eu vi que girando a face de cima você vai cair num caso onde apenas uma PLL vai resolver o cubo! Este deve ser o truque de quem monta o cubo bem rápido ele já percebeu que isso acontece. O arquivo onde estão todas as soluções da Versão 2 do Método das Camadas é `Resolver_Camadas_V2.txt`

As outras funcionalidades do sistema são mais intuitivas e você vai aprender a usar quando mexer no sistema. A melhor maneira de aprender a usar um sistema é usar ele e ir testando cada funcionalidade na prática.